

$$= \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[ \frac{1}{(\lambda - \beta)^2 + \alpha^2} + \frac{1}{(\lambda + \beta)^2 + \alpha^2} \right] \cos \lambda x d\lambda. \quad 3892. f(x) =$$

$$= \frac{4\alpha\beta}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\lambda \sin \lambda x}{[(\lambda - \beta)^2 + \alpha^2][(\lambda + \beta)^2 + \alpha^2]} d\lambda. \quad 3893. e^{-x^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\lambda^2/4} \cos \lambda x d\lambda. \quad 3894. xe^{-x^2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda^2/4} \sin \lambda x d\lambda.$$

3895 а)  $e^{-x} = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\cos \lambda x}{1 + \lambda^2} d\lambda$  ( $0 \leq x < +\infty$ ); б)  $e^{-x} =$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\lambda \sin \lambda x}{1 + \lambda^2} d\lambda$$
 ( $0 < x < +\infty$ ). 3896.  $F(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times$   
 $\times \frac{\alpha}{x^2 + \alpha^2}$ . 3897.  $F(x) = -i \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{\alpha x}{(x^2 + \alpha^2)^2}$ . 3898.  $F(x) =$   
 $= e^{-x^2/2}$ . 3899.  $F(x) = e^{-(x^2 + \alpha^2)/2} \operatorname{ch} \alpha x$ . 3900. а)  $\varphi(y) =$   
 $= e^{-y}$  ( $y \geq 0$ ); б)  $\Psi(y) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{y}{1 + y^2}$  ( $y \geq 0$ ).

## ОТДЕЛ VIII

3901.  $\frac{1}{4}$ . 3902.  $\underline{S} = \frac{40}{3} - \frac{11}{n} + \frac{5}{3n^2}$ ;  $\bar{S} = \frac{40}{3} + \frac{11}{n} +$   
 $+ \frac{5}{3n^2}$ ;  $13 \frac{1}{3}$ . 3903. 9,88. Точное значение  $2\pi(7 - \sqrt{24}) \approx 13,20$ .

3904. 0,402. Точное значение 0,4. 3905.  $\delta < 0,00022$ . 3906. 1.

3907.  $\frac{1}{40}$ . 3908.  $\frac{\pi a^2}{3}$ . 3910.  $I = F(A, B) - F(A, b) -$   
 $- F(a, B) + F(a, b)$ . 3912. а) Отрицательный; б) отрица-

тельный; в) положительный. 3913.  $\frac{1}{4}$ . 3914.  $1,96 < I < 2$ .

3915.  $a^2 + b^2 + \frac{R^2}{2}$ . 3916.  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ .

3917.  $\int_{-2}^2 dx \int_{|x|/2}^1 f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-2y}^{2y} f(x, y) dx$ . 3918.

$$\int_0^1 dx \int_0^{x+1} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{y-1}^1 f(x, y) dx.$$

3919.  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy = \int_{-1}^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx.$
3920.  $\int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{1/2-\sqrt{1/4-x^2}}^{1/2+\sqrt{1/4-x^2}} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y-y^2}}^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx.$
3921.  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx.$
3922.  $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy + \int_{-1}^1 dx \left\{ \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy \right\} + \int_{-1}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$  3924.  $\int_0^2 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx + \int_{-1}^1 dy \int_{y/2}^2 f(x, y) dx.$  3925.  $\int_{-1}^0 dy \int_{-2\sqrt{1+y}}^{2\sqrt{1+y}} f(x, y) dx + \int_0^8 dy \int_{-2\sqrt{1+y}}^{2-y} f(x, y) dx.$  3926.  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx.$
3927.  $\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} f(x, y) dx.$
3928.  $\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx.$  3929.  $\int_0^a dy \left\{ \int_{y^2/2a}^{a-\sqrt{a^2-y^2}} f(x, y) dx + \int_{a+\sqrt{a^2-y^2}}^{2a} f(x, y) dx \right\} + \int_a^{2a} dy \int_{y^2/2a}^{2a} f(x, y) dx.$  3930.  $\int_0^1 dy \int_y^e f(x, y) dx.$
3931.  $\int_0^1 dy \int_{\arcsin y}^{\pi-\arcsin y} f(x, y) dx - \int_{-1}^0 dy \int_{\pi-\arcsin y}^{2\pi+\arcsin y} f(x, y) dx.$
3932.  $\frac{p^5}{21}.$  3933.  $\left(2\sqrt{2} - \frac{8}{3}\right) a\sqrt{a}.$  3934.  $\frac{a^6}{2}.$  3935.  $14a^6.$
3936.  $\frac{35\pi a^4}{12}.$  3937.  $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr.$  3938.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{a \cos \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr.$  3939.  $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{|a|}^{|b|} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr.$
3940.  $\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{1/\sqrt{2} \operatorname{cosec}(\varphi+\pi/4)} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr.$

$$3941. \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{a \sin \varphi / \cos^2 \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr + \int_{\pi/4}^{3\pi/4} d\varphi \int_0^{a/\sin \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr + \int_{3\pi/4}^{\pi} d\varphi \int_0^{a \sin \varphi / \cos^2 \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr. \quad 3942. \text{ В том}$$

случае, если область интегрирования ограничена двумя концентрическими окружностями с центром в начале координат и двумя лучами, исходящими из начала координат. 3943.

$$\int_0^{\pi/4} d\varphi \int_0^{1/\cos \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr + \int_{\pi/4}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{1/\sin \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr = \int_0^1 r dr \int_0^{\pi/2} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi + \int_1^{\sqrt{2}} r dr \int_{\arccos 1/r}^{\arcsin 1/r} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi. \quad 3944. \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr =$$

$$= \int_{1/\sqrt{2}}^1 r dr \int_{\pi/4 - \arccos 1/r\sqrt{2}}^{\pi/4 + \arccos 1/r\sqrt{2}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi.$$

$$3945. \int_{\pi/4}^{\pi/3} d\varphi \int_0^{2/\cos \varphi} r f(r) dr =$$

$$= \frac{\pi}{12} \int_0^{2\sqrt{2}} r f(r) dr + \int_{2\sqrt{2}}^4 \left( \frac{\pi}{3} - \arccos \frac{2}{r} \right) r f(r) dr.$$

$$3946. \int_0^{\pi/4} d\varphi \int_{\frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi}}^{1/\cos \varphi} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr =$$

$$= \int_0^1 r dr \int_0^{\arcsin \frac{\sqrt{1+4r^2}-1}{2r}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi +$$

$$+ \int_1^{\sqrt{2}} r dr \int_{\arccos 1/r}^{\arcsin \frac{\sqrt{1+4r^2}-1}{2r}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi.$$

$$3947. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} d\varphi \int_0^{a\sqrt{\cos 2\varphi}} r f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) dr =$$

$$= \int_0^a r dr \int_{-\frac{1}{2} \arccos \frac{r^2}{a^2}}^{\frac{1}{2} \arccos \frac{r^2}{a^2}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi.$$

$$3948. \int_0^a dr \int_{-\arccos \frac{r}{a}}^{\arccos \frac{r}{a}} f(\varphi, r) d\varphi. \quad 3949. \int_0^a dr \int_{\frac{1}{2} \arcsin \frac{r}{a^2}}^{\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{r}{a^2}} f(\varphi, r) d\varphi.$$

$$\times f(\varphi, r) d\varphi. \quad 3950. \int_0^a dr \int_r^a f(\varphi, r) d\varphi. \quad 3951. 2\pi \int_0^1 r f(r) dr.$$

$$3952. \pi \int_0^1 r f(r) dr + \int_1^{\sqrt{2}} \left( \pi - 4 \arccos \frac{1}{r} \right) r f(r) dr.$$

$$3953. \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\operatorname{tg} \varphi) \cos^2 \varphi d\varphi. \quad 3954. \frac{2\pi a^3}{3}. \quad 3955. -6\pi^3.$$

$$3956. \frac{6}{5} \cdot \frac{b^3 + b(b+h) + (b+h)^2 + (2b+h)\sqrt{b(b+h)}}{\sqrt{a(a+h)}(\sqrt{a} + \sqrt{a+h})(\sqrt{b} + \sqrt{b+h})}; \quad \frac{3}{2} \left( \frac{b}{a} \right)^{3/2}.$$

$$3957. \int_a^b u du \int_a^b f(u, uv) du. \quad 3958. \frac{1}{2} \int_1^2 du \int_{-u}^{4-u} f\left(\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2}\right) d\sigma.$$

$$3959. 4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 v \cos^2 v dv \int_0^a u f(u \cos^2 v, u \sin^2 v) du. \quad 3961. u=xy, v=x-y.$$

$$3962. \int_{-1}^1 f(u) du. \quad 3963. 2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-u^2} f(u \sqrt{a^2+b^2} + c) du.$$

$$3964. \ln 2 \int_1^2 f(u) du. \quad 3965. \frac{\pi}{2}. \quad 3966. \frac{4}{3}. \quad 3967. \frac{2}{3} \pi ab.$$

$$3968. \frac{\pi}{\sqrt{2}}. \quad 3969. 543 \frac{11}{15}. \quad 3970. 1 \frac{37}{128} - \ln 2.$$

$$3971. 2\pi. \quad 3972. \frac{9}{16} \pi. \quad 3973. \frac{5}{3} + \frac{\pi}{4}.$$

$$3974. \frac{4}{3} \pi + 8 \ln \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}. \quad 3975. 6. \quad 3976. \frac{4}{3} (4 -$$

$$-3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}). \quad 3978. f(0, 0). \quad 3979. \frac{2}{l} F(t), \quad \text{если}$$

$$t > 0. \quad 3980. 2 \iint_{(x-t)^2 + (y-t)^2 < 1} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy. \quad 3981. F'(t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} f(t \cos \varphi, t \sin \varphi) d\varphi. \quad 3984. \left( \frac{15}{8} - 2 \ln 2 \right) a^3.$$

3985.  $\frac{2}{3} (p+q) \sqrt{pq}$ . 3986.  $\pi a^2$ . 3987.  $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{3} a^2$ .
3988.  $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{2}}{3} \ln(1+\sqrt{2})$ . 3989.  $\frac{\pi a^2}{4}$ . 3990.  $a^2 \times$   
 $\times \left( \frac{\sqrt{7}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{14}}{8} \right)$ . 3991.  $\frac{\pi ab}{4} \left( \frac{a^2}{h^2} + \frac{b^2}{k^2} \right)$ .
3992.  $\frac{ab}{3} \left[ \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \left( \frac{a^4}{h^4} + \frac{b^4}{k^4} \right) + \frac{a^2 b^2}{h^2 k^2} \right]$ . 3993.  $\frac{ab}{6} \times$   
 $\times \left( \frac{a^3}{l^2} + \frac{b^3}{k^2} \right)$ . 3994.  $\frac{a^4 b k (ak + 2bh)}{6h^2 (ak + bh)^2}$ .
- 3994.1.  $\frac{1}{1260} \frac{(ab)^5}{c^3}$ . 3995.  $\frac{ab}{70}$ . 3996.  $\frac{(\beta - \alpha)(b^2 - a^2)}{2(\alpha + 1)(\beta + 1)}$ .
3997.  $\frac{a^2}{2} \ln 2$ . 3998.  $\frac{4}{3} (q-p)(s-r)$ . 3998.1.  $\frac{1}{15} \times$   
 $\times (b^5 - a^5)(c^{-3} - d^{-3})$ . 3998.2.  $\frac{q-p}{(\rho+1)(q+1)} \times$   
 $\times (b^{q+1/q-p} - a^{q+1/q-p})(c^{-\rho+1/q-1} - d^{-\rho+1/q-1})$ .
3999.  $\frac{65}{108} ab$ . 3999.1.  $\frac{189}{16} \left( \arctg \frac{1}{3} + \frac{12}{25} \right) ab$ .
4000.  $\frac{c^3}{6} (\sqrt{10} - 2) \arcsin \frac{1}{3}$ . 4001.  $\frac{\pi}{|\delta|}$ .
4002.  $\frac{c^2}{4} [(v_2 - v_1)(\operatorname{sh} 2u_2 - \operatorname{sh} 2u_1) - (u_2 - u_1)(\sin 2v_2 - \sin 2v_1)]$ .
4003.  $\frac{2}{3} \pi a^2$ . 4004.  $\frac{6\pi}{7\sqrt{7}}$ . 4007.  $\frac{5}{6}$ .
4008.  $\frac{\pi R^2 a}{4} - \frac{2}{3} R^3$ . 4009.  $\frac{88}{105}$ . 4010.  $\pi$ . 4011.  $\pi$ .
4012.  $\frac{17}{12} - 2 \ln 2$ . 4013.  $\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right) a^3$ . 4014.  $\frac{\pi}{8}$ .
4015.  $\frac{45}{32} \pi$ . 4016.  $\frac{16}{9} a^3$ . 4017.  $\frac{\pi a^3}{8}$ . 4018.  $\pi(1 -$   
 $- e^{-R^1})$ . 4019.  $2a^2 c \cdot \frac{(\beta - \alpha)(\pi - 2)}{\pi^2}$ . 4020.  $\frac{\pi}{8}$ .
4021.  $\frac{1}{3} \pi abc (2 - \sqrt{2})$ . 4022.  $\frac{4}{3} \pi abc (2\sqrt{2} - 1)$ .
4023.  $\frac{3\pi abc}{8}$ . 4024.  $\frac{2}{3} \pi abc$ . 4025.  $\frac{abc}{3}$ .
4026.  $\frac{2}{9} abc (3\pi + 20 - 16\sqrt{2})$ . 4027.  $\frac{\pi(b^3 - a^3)}{12}$ .

4028.  $\frac{9}{2} a^4$ . 4029.  $\frac{3}{4}$ . 4030.  $\frac{a^2 c}{\alpha} \ln \frac{\beta}{\alpha}$ . 4031.  $\frac{8}{35}$ .
4032.  $\frac{75}{256} \pi abc$ . 4033.  $\frac{\pi^4 a^2 b}{128}$ . 4033.1.  $(n-m) \times$   
 $\times (e^{-1} - e^{-2}) a^2$ . 4034.  $\frac{abc}{3n^2}$ .  $\Gamma^2(1/n)/\Gamma(3/n)$ . 4035.  $\frac{abc}{2m+n} \times$   
 $\times \Gamma(1/m)/\Gamma(2/n) / \Gamma(1/m + 2/n)$ . 4036.  $\frac{2}{3} \pi a^2 (2\sqrt{2} - 1)$ .
4037.  $16a^2$ . 4038.  $8a^2 \arcsin \frac{b}{a}$ . 4039.  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ .
4040.  $8a^2$ . 4041.  $\pi \sqrt{2}$ . 4042.  $\frac{\pi a^2}{2}$ . 4043.  $-\frac{2\pi}{3} +$   
 $+\frac{2\sqrt{2}}{3} \left(1 + \frac{7}{4} \ln 3\right) + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}}$ . 4044.  $\frac{a^2}{9} \times$   
 $\times (20 - 3\pi)$ . 4045.  $2a^2$ . 4045.1.  $\frac{\pi}{6} [3\sqrt{10} + \ln(3 + \sqrt{10})]$ .
- 4045.2.  $\frac{1}{3} abc \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^{-1} \left[\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^{3/2} - \frac{1}{c^2}\right]$ .
- 4045.3.  $\frac{4}{3} ab (2\sqrt{2} - 1) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a}{b}}$ .
- 4045.4.  $\frac{\pi}{2} \ln(e + e^{-1})$ . 4046.  $S = 4\pi(3 + 2\sqrt{3})a^2$ ;  $V =$   
 $= \frac{8\pi}{\sqrt{3}} a^3$ . 4047.  $(\varphi_2 - \varphi_1)(\sin \psi_2 - \sin \psi_1) R^2$ , где  
 $\varphi_1, \varphi_2$  — долготы меридианов,  $\psi_1, \psi_2$  — широты параллелей,  $R$  —  
 — радиус сферы. 4048.  $\pi \left\{ a \sqrt{a^2 + h^2} + h^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + h^2}}{|h|} \right\}$ .
4049.  $S = a(\varphi_2 - \varphi_1) [b(\psi_2 - \psi_1) + a(\sin \psi_2 - \sin \psi_1)]$ ;  $4\pi^2 ab$ .
4050.  $\omega = \arcsin \frac{bc}{\sqrt{(a^2 + b^2)(a^2 + c^2)}}$ ;  $\omega \approx \frac{bc}{a^2}$ .
4051.  $\frac{\rho_0 a^2}{3} [2 + \sqrt{2} \ln(1 + \sqrt{2})]$ . 4052.  $x_0 = -\frac{a}{2}$ ;  
 $y_0 = \frac{8}{5} a$ . 4053.  $x_0 = y_0 = \frac{a}{5}$ . 4054.  $x_0 = y_0 = \frac{256}{315\pi} a$ .
4055.  $x_0 = \frac{a^2 b}{14c^2}$ ;  $y_0 = \frac{ab^2}{14c^2}$ ; 4056.  $x_0 = y_0 = \frac{\pi a}{8}$ .
4057.  $x_0 = \frac{5}{6} a$ ;  $y_0 = \frac{16}{9\pi} a$ . 4058.  $x_0 = \pi a$ ;  $y_0 = \frac{5}{6} a$ .

4059.  $x_0 = -\frac{a}{5}$ ;  $y_0 = 0$ . 4060. Парабола  $y_0 = \frac{1}{8} \sqrt{30\rho x_0}$ . 4061.  $I_x = \frac{bh^3}{12}$ ;  $I_y = \frac{h|b_1^3 - b_2^3|}{12}$  ( $b = |b_1 - b_2|$ ). 4062.  $I_x = I_y = \frac{a^4}{16} (16 - 5\pi)$ . 4063.  $I_x = \frac{21\pi a^4}{32}$ ;  $I_y = \frac{49\pi a^4}{32}$ . 4064.  $I_x = I_y = \frac{3\pi a^4}{4\sqrt{2}}$ .
4065.  $I_x = I_y = \frac{9}{8} a^4$ . 4066.  $I_0 = \frac{\pi a^4}{8}$ . 4066.1.  $\frac{a^4}{12}$ .
4069.  $I_\alpha = \frac{a^4}{32\sqrt{3}}$ . 4070.  $X = ah^2$ ;  $Y = 0$ , где  $X$ ,  $Y$  — проекции силы давления на оси координат  $Ox$  и  $Oy$ .
4071.  $P_1 = \pi a^2 \delta \left( h - \frac{2}{3} a \right)$ ;  $P_2 = \pi a^2 \delta \left( h + \frac{2}{3} a \right)$ .
4072. Проекции силы давления на оси  $Ox$  и  $Oz$ , расположенные в вертикальной плоскости, проходящей через ось цилиндра, из которых ось  $Ox$  — горизонтальная, а ось  $Oz$  — вертикальная, соответственно равны:  $X_1 = -\pi a^2 \delta \left( h - \frac{b}{2} \cos \alpha \right) \times \times \sin \alpha$ ,  $Z_1 = -\pi a^2 \delta \left( h - \frac{b}{2} \cos \alpha \right) \cos \alpha$ ;  $X_2 = \pi a^2 \delta \times \times \left( h + \frac{b}{2} \cos \alpha \right) \sin \alpha$ ,  $Z_2 = \pi a^2 \delta \left( h + \frac{b}{2} \cos \alpha \right) \cos \alpha$ .
4073. Проекции силы притяжения на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , соответственно, равны:  $X = 0$ ,  $Y = 0$ ,  $Z = -\frac{2kmM}{a^2 h} \{ |b| - |b-h| + + \sqrt{a^2 + (b-h)^2} - \sqrt{a^2 + b^2} \}$ , где  $k$  — постоянная тяготения.
4074.  $\rho_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \rho_0$ . 4075.  $A = \frac{kp}{12} \left\{ 2ab \sqrt{a^2 + b^2} + + a^2 \ln \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{a} + b^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right\}$ .
4076.  $\frac{1}{364}$ . 4077.  $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{5}{16}$ . 4078.  $\frac{1}{48}$ .
4079.  $\frac{4}{5} \pi abc$ . 4080.  $\frac{\pi}{6}$ . 4081.  $\int_0^1 dx \left\{ \int_0^x dz \int_0^{1-x} f(x, y, z) dy + + \int_x^1 dz \int_{z-x}^{1-x} f(x, y, z) dy \right\} = \int_0^1 dz \left\{ \int_0^z dy \int_{z-y}^{1-y} f(x, y, z) dx + \right.$

$$\begin{aligned}
 & + \int_x^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y, z) dx \Big\}. \quad 4082. \int_{-1}^1 dx \int_{|x|}^1 dz \int_{-\sqrt{z^2-x^2}}^{\sqrt{z^2-x^2}} f(x, y, z) dy = \\
 & = \int_0^1 dz \int_{-z}^z dy \int_{-\sqrt{z^2-y^2}}^{\sqrt{z^2-y^2}} f(x, y, z) dx. \quad 4083. \int_0^1 dx \left\{ \int_0^{x^2} dz \int_0^1 f(x, y, z) dy + \right. \\
 & + \int_{x^2+1}^{x^2+1} dz \int_{\sqrt{z-x^2}}^1 f(x, y, z) dy \Big\} = \int_0^1 dz \left\{ \int_0^{\sqrt{z}} dy \int_{\sqrt{z-y^2}}^1 f(x, y, z) dx + \right. \\
 & + \int_{\sqrt{z}}^1 dy \int_0^1 f(x, y, z) dx \Big\} + \int_1^2 dz \int_{\sqrt{z-1}}^1 dy \int_{\sqrt{z-y^2}}^1 f(x, y, z) dx. \\
 4084. & \frac{1}{2} \int_0^x (x - \zeta^2) f(\zeta) d\zeta. \quad 4085. \frac{1}{2} \int_0^1 (2 - z^2) f(z) dz + \\
 & + \frac{1}{2} \int_1^2 (2 - z^2) f(z) dz. \quad 4086. F(A, B, C) - F(A, B, c) - \\
 & - F(A, b, C) - F(a, B, C) + F(A, b, c) + F(a, B, c) + \\
 & + F(a, b, C) - F(a, b, c). \quad 4087. \frac{\pi}{10}. \quad 4088. \frac{\pi}{15} (2\sqrt{2} - 1). \\
 4089. & \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{\operatorname{arctg} \frac{1}{\cos \varphi}} \cos \psi d\psi \int_0^{\frac{1}{\cos \varphi \cos \psi}} r^2 f(r) dr. \\
 4090. & \frac{\pi^2 abc}{4}. \quad 4091. \frac{16\pi}{3}. \quad 4092. \frac{2}{27} \left( \frac{1}{\alpha^3} - \frac{1}{\beta^3} \right) \times \\
 & \times \left( \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right) h^3 \sqrt{h}. \quad 4093. \frac{1}{32} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \times \\
 & \times (b^8 - a^8) \left[ (\beta^2 - \alpha^2) \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2 \beta^2} \right) + 4 \ln \frac{\beta}{\alpha} \right]. \quad 4094. \frac{6}{5}. \\
 4095. & 3(e - 2). \quad 4096. u = \frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \theta R}, \\
 & \text{где } |\theta| < 1. \quad 4098. \text{ а) } F'(t) = 4\pi t^2 f(t^2); \text{ б) } F'(t) = \\
 & = \frac{3}{t} \left[ F(t) + \int_V \int_V \int_V xyz f'(xyz) dx dy dz \right], \text{ где } t > 0 \text{ и } V = \{0 \leq x \leq \\
 & \leq t, 0 \leq y \leq t, 0 \leq z \leq t\}. \quad 4099. 0, \text{ если одно из чисел } m, n \\
 & \text{ и } p \text{ нечетно; } \frac{4\pi}{m+n+p+3} \frac{(m-1)!!(n-1)!!(p-1)!!}{(m+n+p+1)!!}, \text{ если} \\
 & \text{ числа } m, n \text{ и } p \text{ четные. } \quad 4100. \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(q+1)\Gamma(r+1)\Gamma(s+1)}{\Gamma(p+q+r+s+4)}. \\
 4101. & \frac{3}{35}. \quad 4102. \frac{7}{24}. \quad 4103. \frac{2}{3} a^3 (3\pi - 4). \quad 4104. \frac{\pi a^3}{6}.
 \end{aligned}$$



4105.  $\frac{a^3}{24}$  (3π - 4). 4106.  $\frac{32}{3}$  π. 4107.  $\pi a^3$ .
4108.  $\frac{\pi^2 a^3}{4\sqrt{2}}$ . 4109.  $\frac{1}{2}$ . 4110.  $\frac{\pi}{3} (2 - \sqrt{2}) \times$   
 $\times (b^3 - a^3)$ . 4111.  $\frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2 bc}{h}$ . 4112.  $\frac{\pi^2}{4} abc$ .
- 4112.1.  $\frac{\pi^2 abc}{4\sqrt{2}}$ . 4113.  $\frac{5\pi abc}{12} (3 - \sqrt{5})$ .
4114.  $\frac{8\pi}{5} abc$ . 4115.  $\frac{abc}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Gamma^2\left(\frac{1}{4}\right)$ .
4116.  $\frac{abc}{60} \left(\frac{a}{h} + \frac{b}{k}\right) \cdot \left(\frac{a^2}{h^2} + \frac{b^2}{k^2}\right)$ . 4116.1.  $\frac{abc}{60} \times$   
 $\times \frac{\left(\frac{a}{h}\right)^4}{\frac{a}{h} + \frac{b}{k}}$ . 4117.  $\frac{abc}{554400}$ . 4118.  $\frac{abc}{3}$ . 4118.1.  $\frac{abc}{90}$ .
- 4118.2.  $\frac{abc}{1680}$ . 4118.3.  $\frac{4\pi}{35} abc$ . 4119.  $\frac{9}{4} a^3$ .
4120.  $\frac{1}{3} (b^3 - a^3) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)$ . 4121.  $\frac{4\pi}{3} a^3$ .
4122.  $\frac{\pi abc^2}{3h} (1 - e^{-1})$ . 4123.  $\frac{3}{2} abc$ . 4124.  $5abc \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{3}\right)$ .
4125. 37·27. 4126.  $V = \frac{5\pi a^3}{6}$ ;  $S = \frac{\pi a^2}{6} (6\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 1)$ .
4127.  $\frac{8h_1 h_2 h_3}{|\Delta|}$ . 4128.  $\frac{4\pi h^3}{3|\Delta|}$ . 4129.  $\frac{\pi^2}{3n \sin(\pi/n)} \cdot \frac{abc^2}{h}$ .
4130.  $\frac{abc}{mn + mp + np} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{m}\right) \Gamma\left(\frac{1}{n}\right) \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}\right)}$ .
4131.  $\frac{3}{2}$ . 4132.  $4\pi\rho_0 \left(\frac{1}{k} + \frac{2}{k^2} + \frac{2}{k^3}\right) e^{-k}$ .
4133.  $\left(0, 0, \frac{3}{4}c\right)$ . 4134.  $x_0 = y_0 = \frac{2}{5}a$ ;  $z_0 = \frac{7}{30}a^2$ .
4135.  $x_0 = \frac{7}{18}p$ ;  $y_0 = 0$ ;  $z_0 = \frac{7}{176}p$ . 4136.  $x_0 = \frac{3}{8}a$ ;  $y_0 = \frac{3}{8}b$ ;  $z_0 =$   
 $= \frac{3}{8}c$ . 4137.  $x_0 = y_0 = 0$ ;  $z_0 = \frac{3a}{8}$ . 4138.  $x_0 = y_0 = 1$ ;  
 $z_0 = \frac{5}{3}$ . 4139.  $x_0 = \frac{9\pi}{448}a$ ;  $y_0 = \frac{9\pi}{448}b$ ;  $z_0 = \frac{9\pi}{448}c$ .

4140.  $x_0 = y_0 = 0; z_0 = \frac{7}{20}$ . 4141.  $\frac{x_0}{a} = \frac{y_0}{b} = \frac{z_0}{c} =$   
 $= \frac{3}{4} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{2}{n}\right)\Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{4}{n}\right)}$ . 4142.  $x_0 = \alpha; y_0 = \beta;$

$z_0 = \gamma$ . 4143.  $I_{xy} = \frac{abc^3}{60}; I_{yz} = \frac{a^3bc}{60}; I_{zx} = \frac{ab^3c}{60}$ .

4144.  $I_{xy} = \frac{4}{15} \pi abc^3; I_{yz} = \frac{4}{15} \pi a^3bc; I_{zx} = \frac{4}{15} \pi ab^3c$ .

4145.  $I_{xy} = \frac{\pi abc^3}{5}; I_{yz} = \frac{\pi a^3bc}{20}; I_{zx} = \frac{\pi ab^3c}{20}$ .

4146.  $I_{xy} = \frac{2abc^3}{225} (15\pi - 16); I_{xz} = \frac{2ab^3c}{1575} (105\pi - 272);$

$I_{yz} = \frac{2a^3bc}{1575} (105\pi - 92)$ . 4147.  $I_{xy} = \frac{7}{2} \pi abc^3;$

$I_{xz} = \frac{4}{3} \pi ab^3c; I_{yz} = \frac{4}{3} \pi a^3bc$ . 4147.1.  $I_{yz} = \frac{15\pi^3}{256\sqrt{2}} \times$   
 $\times a^3bc; I_{zx} = \frac{15\pi^3}{256\sqrt{2}} ab^3c; I_{xy} = \frac{\pi^3}{128\sqrt{2}} abc^3$ .

4147.2.  $I_{yz} = \frac{1}{5n^2} \cdot \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{n}\right)} \cdot a^3bc; I_{zx} = \frac{1}{5n^2} \times$

$\times \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{n}\right)} \cdot ab^3c; I_{xy} = \frac{1}{5n^2} \cdot \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{n}\right)} \cdot abc^3$ .

4148.  $I_z = \frac{14}{15}$ . 4149.  $I_z = \frac{4\pi}{15} (4\sqrt{2} - 5)$ . 4149.1.  $\frac{\pi}{5} a^4$ ,

4150.  $\frac{4}{9} MR^2$ . 4153.  $I = \frac{M}{3} \left( a^2 + \frac{2}{3} h^2 \right)$ , где  $M =$   
 $= 2\pi\rho_0 a^2 h$  — масса цилиндра. 4154.  $I_0 = \frac{\pi^2 a^5 \rho_0}{8}$ .

4155.  $u = 2\pi\rho_0 \left( R^2 - \frac{r^2}{3} \right)$ , если  $r \leq R$ ;  $u = \frac{4\pi R^3 \rho_0}{3r}$ ,

если  $r > R$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . 4156.  $u = 4\pi \times$

- $\times \int_{R_1}^{R_2} f(\rho) \min\left(\frac{\rho^2}{r}, \rho\right) d\rho$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .
4157.  $u = \pi\rho_0 \left\{ (h-z) \sqrt{a^2 + (h-z)^2} + z \sqrt{a^2 + z^2} - [(h-z) \times \right.$   
 $\times |h-z| + z|z|] + a^2 \ln \left| \frac{h-z + \sqrt{a^2 + (h-z)^2}}{\sqrt{a^2 + z^2} - z} \right| \left. \right\}$ .
4158.  $X=0; Y=0; Z = -\frac{kMm}{a|a|}$ , если  $|a| \geq R$ ,  
 $Z = -\frac{kMm}{R^3}a$ , если  $|a| < R$ . 4159.  $X=0; Y=0;$   
 $Z = -2\pi\rho_0 k \left\{ \sqrt{a^2 + z^2} - \sqrt{a^2 + (h-z)^2} - (|z| - |h-z|) \right\}$ .
4160.  $X=0; Y=0; Z = -\pi k\rho_0 R \sin^2 \alpha$ . 4161. Сходится  
 при  $p > 1$ . 4162. Сходится при  $p > 1$  и  $q > 1$ .
4163. Сходится при  $p > \frac{1}{2}$ . 4164. Сходится при  
 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} < 1$ . 4165. Расходится. 4169.  $\frac{1}{(p-q)(q-1)}$   
 $(p > q > 1)$ . 4170.  $\frac{1}{p-1}$  ( $p > 1$ ). 4171.  $2\pi$ .
4172.  $\frac{\pi}{p-1}$  ( $p > 1$ ). 4173.  $\pi\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$ . 4174.  $\frac{1}{2}$ .
4175.  $\pi$ . 4176.  $\frac{\pi}{2}$ . 4177.  $\frac{\pi}{2}$ . 4178.  $\frac{\pi}{\sqrt{\delta}} e^{\Delta/\delta}$ ,  
 где  $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$  и  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix}$ . 4179.  $\frac{\pi}{e} ab$ .
4180.  $-\frac{\pi e a^2 b^2}{2(1-e^2)^{3/2}}$ . 4181. Сходится. 4182.  
 Сходится при  $p < 1$ . 4183. Сходится при  $\frac{1}{p} +$   
 $+\frac{1}{q} \geq 1$ . 4184. Сходится при  $p < 1$ . 4185. Сходится  
 при  $p < 1$ . 4187.  $\frac{\pi}{2}$ . 4188.  $\pi a$ . 4189.  $-\frac{\pi^2}{2} \ln 2$ .
4190. 2. 4191. Сходится при  $p > \frac{3}{2}$ . 4192. Сходится при  
 $p < \frac{3}{2}$ . 4193. Сходится при  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$ .
4194. Сходится при  $p < 1$ . 4195. Сходится при  $p < 1$ .
4196.  $[(1-p)^{-1}(1-q)^{-1}(1-r)^{-1}]$  ( $p < 1, q < 1, r < 1$ ).
4197.  $\frac{4\pi}{3}$ . 4198.  $2\pi B\left(\frac{3}{2}, 1-p\right)$  ( $p < 1$ ). 4199.  $\pi^{3/2}$ .

4200.  $\sqrt{\frac{\pi^3}{\Delta}}$ , где  $\Delta = |a_{ij}|$ . 4204. а)  $\frac{n}{3}$  ;  
 б)  $\frac{n(3n+1)}{12}$ . 4205.  $\frac{a^n}{n!}$ . 4206.  $\frac{1}{2^n n!}$ .  
 4207.  $\frac{2}{(n-1)!(2n+1)}$ . 4208.  $\frac{2^n h_1 h_2 \dots h_n}{|\Delta|}$ .  
 4209.  $\frac{a_1 a_2 \dots a_n}{n!}$ . 4210.  $\frac{\pi^{(n-1)/2}}{n \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \times$   
 $\times a_1 a_2 \dots a_n$ . 4211.  $\frac{\pi^{n/2} a^n}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)}$ .  
 4212.  $\frac{\pi^{(n-1)/2} a^{n-1} h^2}{12 \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ . 4213.  $\frac{\pi^{(n+1)/2}}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ .  
 4218.  $R^n \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_0^1 f(\sqrt{u}) u^{n/2-1} du$ . 4219.  $u = \frac{16}{15} \pi^2 \rho_0^2 R^2$ .  
 4220.  $\sqrt{\frac{\pi^n}{\delta}} e^{-\Delta/\delta}$ , где  $\delta = |a_{ij}|$  и  $\Delta = \left| \frac{a_{ij} b_l}{b_j c} \right|$  — окайм-  
 ленный определитель. 4221.  $1 + \sqrt{2}$ . 4222.  $\frac{256}{15} a^3$ .  
 4223.  $2\pi^2 a^3 (1 + 2\pi^2)$ . 4224.  $\frac{a^3}{6} (\text{ch}^{3/2} 2t_0 - 1)$ . 4225.  $4a^{7/3}$ .  
 4226.  $2(e^a - 1) + \frac{\pi}{4} a e^a$ . 4227.  $2a^2 (-2\sqrt{2})$ . 4228.  $\frac{2ka^2 \sqrt{1+k^2}}{1+4k^2}$ .  
 4229.  $2a^2$ . 4230.  $\frac{\pi}{a}$ . 4231. 5. 4232.  $\sqrt{3}$ . 4233.  $|x_0| + |z_0|$ ,  
 где  $|x_0| < a$ . 4234.  $\frac{3}{4\sqrt{2}} \left( \sqrt[3]{\frac{3z_0^4}{a}} + 2\sqrt[3]{\frac{az_0^2}{3}} \right)$ .  
 4235.  $\left(1 + \frac{2z_0}{3c}\right) \sqrt{cz_0}$ . 4236.  $a\sqrt{2} \arctg \frac{|z|}{\sqrt{a^2 - z^2}}$ .  
 4237.  $\frac{2\pi}{3} (3a^2 + 4\pi^2 b^2) \sqrt{a^2 + b^2}$ . 4238.  $\frac{2}{3} \pi a^3$ . 4239.  $\frac{1}{3} \times$   
 $\times [(2 + t_0^2)^{3/2} - 2^{3/2}]$ . 4240.  $\frac{a^2}{256\sqrt{2}} \left[ 100\sqrt{38} - 72 - 17 \times \right.$

- $\times \ln \frac{25 + 4\sqrt{38}}{17}$  ]. 4241.  $2b \left( b + a \frac{\arcsin e}{e} \right)$ , где  $e =$   
 $= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$  — эксцентриситет эллипса. 4241.1.  $\frac{2}{3} p^2 \times$   
 $\times (2\sqrt{2} - 1)$ . 4242.  $\frac{a}{8} \left[ (3\sqrt{3} - 1) + \frac{3}{2} \ln \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3} \right]$ .  
 4243.  $x_0 = b - a \sqrt{\frac{h-a}{h+a}}$ ;  $y_0 = \frac{h}{2} + \frac{ab}{2\sqrt{h^2 - a^2}}$ .  
 4244.  $x_0 = y_0 = \frac{4}{3} a$ . 4244.1.  $S_x = S_y = \frac{3}{5} a^2$ . 4244.2.  $\pi a^2$ .  
 4244.3. а)  $\frac{32}{3} a^2$ ; б)  $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ . 4244.4.  $r_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$ .  
 4245.  $x_0 = y_0 = z_0 = \frac{4a}{3\pi}$ . 4246.  $x_0 = \frac{2}{5}$ ;  $y_0 = -\frac{1}{5}$ ;  
 $z_0 = \frac{1}{2}$ . 4247.  $I_x = I_y = \left( \frac{a^2}{2} + \frac{h^2}{3} \right) \sqrt{4\pi^2 a^2 + h^2}$ ;  $I_z =$   
 $= a^2 \sqrt{4\pi^2 a^2 + h^2}$ . 4248. а) 0; б)  $\frac{2}{3}$ ; в) 2. 4249. а) 2;  
 б) 2; в) 2. 4250.  $-\frac{14}{15}$ . 4251.  $\frac{4}{3}$ . 4252. 0. 4253.  $-2\pi a^2$ .  
 4254.  $-2\tau$ . 4255. 0. 4256. 0. 4257.  $\frac{\pi}{4} - 1$ . 4258. 8.  
 4259. 12. 4260. 4. 4261.  $-2$ . 4262.  $\int_0^{a+b} f(u) du$ .  
 4263.  $-\frac{3}{2}$ . 4264. 9. 4265.  $\int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx + \int_{y_1}^{y_2} \psi(y) dy$ . 4266. 62.  
 4267. 1. 4268.  $\pi + 1$ . 4269.  $e^a \cos b - 1$ . 4271.  $z = \frac{x^2}{3} +$   
 $+ x^2 y - xy^2 - \frac{y^3}{3} + C$ . 4272.  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{3x-y}{2y\sqrt{2}} + C$ .  
 4273.  $z = -\frac{2y^2}{(x+y)^2} + \ln|x+y| + C$ . 4274.  $z = e^{x+y}(x-y +$   
 $+ 1) + ye^x + C$ . 4275.  $z = \frac{\partial^{n+m} u}{\partial x^n \partial y^m} + C$ . 4276.  $z =$   
 $= \frac{\partial^{n+m}}{\partial x^n \partial y^m} \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right) + C$ . 4278.  $|I_R| \leq \frac{8\pi}{R^2}$ . 4279.  $\frac{1}{35}$ .  
 4280.  $-\pi a^2$ . 4281.  $2\pi \sqrt{2} a^2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ . 4282.  $-\frac{\pi a^2}{4}$ .

4283. — 4. 4284. —  $53 \frac{7}{12}$ . 4285. 0. 4286.  $b - a$ .
4287.  $\int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx + \int_{y_1}^{y_2} \psi(y) dy + \int_{z_1}^{z_2} \chi(z) dz$ . 4288.  $\int_{x_1+y_1+z_1}^{x_2+y_2+z_2} f(u) du$ .
4289.  $\int \frac{u f(u) du}{\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$ . 4290.  $u = \frac{1}{3}(x^3+y^3+z^3) - 2xyz + C$ .
4291.  $u = x - \frac{x}{y} + \frac{xy}{z} + C$ . 4292.  $u = \ln \sqrt{(x+y)^2 + z^2} +$   
 $+ \operatorname{arctg} \frac{z}{x+y} + C$ . 4293.  $A = -mg(z_2 - z_1)$ . 4294.  $A =$   
 $= -\frac{k}{2}(a^2 - b^2)$ . 4295.  $A = k \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ , где  $r_i =$   
 $= \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$  ( $i=1, 2$ ). 4296.  $I = \iint_S y^2 dx dy$ .
4297.  $-46 \frac{2}{3}$ . 4298.  $\frac{\pi a^4}{2}$ . 4299.  $-2\pi ab$ . 4300.  $-\frac{1}{5} \times$   
 $\times (e^\pi - 1)$ . 4301. 0. 4302.  $I_1 - I_2 = 2$ . 4303.  $\frac{\pi m a^m}{8}$ .
4304.  $mS + e^{x_2} \varphi(y_2) - e^{x_1} \varphi(y_1) - m(y_2 - y_1) - \frac{m}{2}(x_2 - x_1) \times$   
 $\times (y_2 + y_1)$ . 4305.  $P = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $Q = kx + \frac{\partial u}{\partial y}$ , где  $u$  — дважды  
дифференцируемая функция и  $k$  — постоянная величина.
4306.  $\frac{\partial}{\partial x} [xF(x, y)] = \frac{\partial}{\partial y} [yF(x, y)]$ . 4307. 1)  $I=0$ ; 2)  $I=2\pi$ .
4308.  $\pi ab$ . 4309.  $\frac{3}{8} \pi ab$ . 4310.  $\frac{a^2}{6}$ . 4311.  $\frac{3}{2} a^2$ . 4312.  $a^2$ .
4313.  $\frac{1}{3} + \frac{4\pi}{9\sqrt{3}}$ . 4314.  $\frac{a^2}{2} B(2m+1, 2n+1)$ . 4315.  $\frac{ab}{2n} \times$   
 $\times \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{2}{n}\right)}$ . 4316.  $\frac{ab}{n} \left[ 1 + \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)\pi}{\sin \frac{\pi}{n}} \right]$ .
4317.  $\frac{abc^3}{2(2n+1)}$ . 4318.  $\pi(n+1)(n+2)r^2$ ;  $6\pi r^2$ . 4319.  $\pi \times$   
 $\times (n-1)(n-2)r^2$ ;  $6\pi r^2$ . 4320.  $4a^2$ . 4321.  $\operatorname{sgn}(ad - bc)$ .

4322.  $I = \sum \operatorname{sgn} \frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(x, y)}$ , где сумма распространена на все

точки пересечения кривых:  $\varphi(x, y) = 0$  и  $\psi(x, y) = 0$ , лежащие внутри контура  $C$ . 4324.  $I = 2S$ , где  $S$  — площадь, ограниченная контуром  $C$ . 4325.  $X'_x(x_0, y_0) + Y'_y(x_0, y_0)$ .

4326. Проекция силы на оси координат равны:  $X = 0$ ;  $Y = 2kmM/\pi a^2$ , где  $k$  — постоянная тяготения. 4327.  $u = 2\pi kR \times \ln \frac{1}{R}$ , если  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq R$ ;  $u = 2\pi kR \ln \frac{1}{\rho}$ , если

$\rho > R$ . 4328.  $I_1 = \frac{\pi}{m} \rho^m \cos m\varphi$ ,  $I_2 = \frac{\pi}{m} \rho^m \sin m\varphi$ ,

если  $0 \leq \rho \leq 1$ :  $I_1 = \frac{\pi}{m} \rho^{-m} \cos m\varphi$ ,  $I_2 = \frac{\pi}{m} \rho^{-m} \sin m\varphi$ ,

если  $\rho > 1$ . 4329.  $u = 2\pi$ , если точка  $A(x, y)$  лежит внутри контура  $C$ ;  $u = \pi$ , если точка  $A(x, y)$  лежит на контуре  $C$ ;  $u = 0$ , если точка  $A(x, y)$  лежит вне контура  $C$ . 4330.  $K_1 = \pi \rho^m \cos m\varphi$ ,  $K_2 = \pi \rho^m \sin m\varphi$ , если  $0 \leq \rho < 1$ ;  $K_1 = 0$ ,

$K_2 = 0$ , если  $\rho = 1$ ;  $K_1 = -\frac{\pi}{\rho^m} \cos m\varphi$ ,  $K_2 = -\frac{\pi}{\rho^m} \sin m\varphi$ ,

если  $\rho > 1$ . 4339.  $Q = \iint_S \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy$ ;  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ .

4340.  $H_x = ki \oint_C \frac{1}{r^2} [(\eta - y) dz - (\xi - z) dy]$ ;  $H_y = ki \oint_C \frac{1}{r^2} \times$   
 $\times [(\xi - z) dx - (\xi - x) dz]$ ;  $H_z = ki \oint_C \frac{1}{r^2} [(\xi - x) dy - (\eta - y) dx]$ .

4341.  $I_1 - I_2 = (4\pi - 2\sqrt{3}) a^4$ . 4342.  $\frac{7}{2} \pi \sqrt{2} a^3$ . 4343.  $\pi a^3$ .

4344.  $\frac{\pi}{2} (1 + \sqrt{2})$ . 4345.  $\frac{3 - \sqrt{3}}{2} + (\sqrt{3} - 1) \ln 2$ .

4346.  $\frac{125\sqrt{5} - 1}{420}$ . 4347.  $\frac{4\pi}{3} abc \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)$ .

4348.  $\pi^2 [a\sqrt{1+a^2} + \ln(a + \sqrt{1+a^2})]$ . 4349.  $\frac{\pi a^4}{2} \sin \alpha \times$

$\times \cos^2 \alpha \left( 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right)$ . 4350.  $\frac{64}{15} \sqrt{2} a^4$ . 4352.  $\frac{2\pi(1+6\sqrt{3})}{15}$ .

4352.1.  $\pi a^2$ . 4352.2.  $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ . 4353.  $\frac{4}{3} \pi \rho_0 a^4$ .

4354.  $\frac{\pi \rho_0 a (3a^2 + 2b^2) \sqrt{a^2 + b^2}}{12}$ . 4355.  $x_0 = \frac{a}{2}$ ;  $y_0 = 0$ ;  
 $z_0 = \frac{16}{9\pi} a$ . 4356.  $x_0 = y_0 = \frac{a}{2\sqrt{2}}$ ;  $z_0 = \frac{a}{\pi} (\sqrt{2+1})$ .
- 4356.1. а)  $40 a^4$ ; б)  $\pi R \left[ R(R+H^2) + \frac{2}{3} H^3 \right]$ . 4356.2.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$ .
4357. Проекция силы притяжения на оси координат  $X = 0$ ;  
 $Y = 0$ ;  $Z = \pi k m \rho_0 \ln \frac{a}{b}$ . 4358.  $u = 4\rho_0 \min \left( a, \frac{a^2}{r_0} \right)$ , где  
 $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ . 4359.  $F(t) = \frac{\pi}{18} (3 - t^2)^2$ , если  $|t| \leq$   
 $\leq \sqrt{3}$ ;  $F(t) = 0$ , если  $|t| > \sqrt{3}$ . 4360.  $F(t) = \frac{\pi (8 - 5\sqrt{2})}{6} t^4$ .
4361.  $F = 0$ , если  $t \leq r - a$ ;  $F = \frac{\pi t}{r} [a^2 - (r - t)^2]$ , если  $r - a <$   
 $< t < r + a$ ;  $F = 0$ , если  $t > r + a$  ( $t \geq 0$ ). 4362.  $4\pi a^3$ .
4363.  $\left[ \frac{f(a) - f(0)}{a} + \frac{g(b) - g(0)}{b} + \frac{h(c) - h(0)}{c} \right] abc$ .
4364. 0. 4365.  $\frac{4\pi}{abc} (a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2)$ . 4366.  $\frac{8\pi}{3} (a + b + c) R^3$ .
4367.  $-\pi a^3 \sqrt{3}$ . 4368.  $\frac{h^3}{6}$ . 4369. 2 пл. S. 4370. 0.
4371.  $-2\pi a (a + h)$ . 4372.  $2\pi R r^2$ . 4373.  $-\frac{9}{2} a^3$ . 4374. 0.
4376.  $3 \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ . 4377. 0.
4378.  $2 \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ . 4379.  $\iiint_V \Delta u dx dy dz$ , где  $\Delta u =$   
 $= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ . 4380. 0. 4384.  $\frac{4\pi}{3} \left( a^2 + \frac{b^2}{2} \right) |c|$ .
4385.  $\frac{2}{9} a^3$ . 4385.1.  $2\pi^2 a^2 b$ . 4387.  $3a^4$ . 4388.  $\frac{12}{5} \pi a^3$ .
4389. 1. 4390.  $-\frac{\pi h^7}{2}$ . 4392. а)  $l = 0$ ; б)  $l = 4\pi$ .
4401. а)  $\text{grad } u(0) = 3i - 2j - 6k$ ,  $|\text{grad } u(0)| = 7$ ,  $\cos \alpha = 3/7$ ,  
 $\cos \beta = -\frac{2}{7}$ ,  $\cos \gamma = -\frac{6}{7}$ ; б)  $\text{grad } u(A) = 6i + 3j$ ,  $|\text{grad } u(A)| =$



$$= 3\sqrt{5}, \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \gamma = 0; \text{ в) } \operatorname{grad} u(B) =$$

$$= 7i, |\operatorname{grad} u(B)| = 7, \cos \alpha = 1, \cos \beta = 0, \cos \gamma = 0; \operatorname{grad} u = 0 \text{ в точке } M(-2, 1, 1). \quad 4401.1. \operatorname{grad} u(M) =$$

$$= 12i - 9j - 20k, |\operatorname{grad} u(M)| = 25, \cos \alpha = \frac{12}{25}, \cos \beta = -\frac{9}{25}, \cos \gamma = -\frac{4}{5}; \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

$$4402. \text{ а) } xy = z^2; \text{ б) } x = y = 0 \text{ и } x = y = z; \text{ в) } x = y = z.$$

$$4403. r = 1. \quad 4404. \frac{4(x^2 + y^2)}{u^2 - 256} + \frac{4z^2}{u^2} = 1 (u \geq 16);$$

$$\frac{x^2 + y^2}{950} + \frac{z^2}{1024} = 1; \max u = 20. \quad 4405. \cos \varphi = -\frac{8}{9}.$$

4406. Поверхности уровня — полости конусов; поверхности равного модуля градиента — торы;  $\inf u = 0, \sup u = 1$ ;

$$\inf |\operatorname{grad} u| = 0, \sup |\operatorname{grad} u| = \frac{1}{2}. \quad 4407. \frac{|\Delta c|}{|\operatorname{grad} u(x_0, y_0, z_0)|}.$$

$$4409. \text{ а) } \frac{r}{r}; \text{ б) } 2r; \text{ в) } -\frac{r}{r^2}. \quad 4410. l'(r) \frac{r}{r}. \quad 4411. c.$$

$$4412. 2r(c \cdot c) - 2c(c \cdot r). \quad 4415.1. \text{ а) } \operatorname{grad} u = \frac{\partial u}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \times$$

$$\times \frac{\partial u}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial u}{\partial z} e_z, \text{ где } e_r = i \cos \varphi + j \sin \varphi, e_\varphi = -i \sin \varphi +$$

+  $j \cos \varphi, e_z = k$  — орты, касательные к соответствующим координатным линиям; б)  $\operatorname{grad} u = \frac{\partial u}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} e_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \times$

$$\times \frac{\partial u}{\partial \varphi} e_\varphi, \text{ где } e_r = i \cos \varphi \sin \theta + j \sin \varphi \sin \theta + k \cos \theta, e_\theta =$$

$$= i \cos \varphi \cos \theta + j \sin \varphi \cos \theta - k \sin \theta, e_\varphi = -i \sin \varphi + j \cos \varphi -$$

орты, касательные к соответствующим координатным линиям.

$$4416. \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{2u}{r}, \text{ где } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \frac{\partial u}{\partial r} = |\operatorname{grad} u|,$$

$$\text{если } a = b = c. \quad 4417. \frac{\partial u}{\partial l} = -\frac{\cos(l, r)}{r^2}; \frac{\partial u}{\partial l} = 0, \text{ если}$$

$$l \perp r. \quad 4418. \frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\operatorname{grad} u \operatorname{grad} v}{|\operatorname{grad} v|}; \frac{\partial u}{\partial l} = 0, \text{ если } \operatorname{grad} u \perp \operatorname{grad} v.$$

$$4419. a = \frac{i(\sqrt{x^2 + y^2 + yz}) - j(\sqrt{x^2 + y^2 + xz}) + k(x - y)z}{(x^2 + y^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$4420. y = c_1 x, z = c_2 x^2. \quad 4422.1. \operatorname{div} a(M) = 18/125; \Pi =$$

$$= \frac{24}{125} \pi c^2. \quad 4423. 0. \quad 4425. \operatorname{div}(\operatorname{grad} u) = \Delta u, \text{ где } \Delta u =$$

$$= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad 4426. \int''(r) + \frac{2}{r} f'(r); f(r) = c + \frac{c_1}{r}, \text{ где } c \text{ и } c_1 \text{ — постоянные.} \quad 4427. \text{ а) } 3; \text{ б) } \frac{2}{r}.$$

$$4428. \frac{f'(r)}{r} (c \cdot r). \quad 4429. 3f(r) + rf'(r); f(r) = \frac{c}{r^3}, \text{ где } c \text{ — постоянная.} \quad 4430. \text{ а) } u\Delta u + (\text{grad } u)^2; \text{ б) } u\Delta v + \text{grad } u \times$$

$\times \text{grad } v$ , где  $\Delta u$  — оператор Лапласа. 4431.  $\text{div } v = 0$ ;  $\text{div } w = -2\omega^2$ . 4432. 0, вне притягивающих центров. 4433.  $\text{div } a =$

$$= \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (ra_r) + \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} \right], \text{ где } a_r, a_\varphi \text{ — проекции вектора } a \text{ на координатные линии } \varphi = \text{const} \text{ и } r = \text{const.} \quad 4434. \text{div } a =$$

$$= \frac{1}{LMN} \left[ \frac{\partial}{\partial u} (MNa_u) + \frac{\partial}{\partial v} (NLa_v) + \frac{\partial}{\partial w} (LMa_w) \right], \text{ где } a_u, a_v, a_w \text{ — проекции вектора } a \text{ на соответствующие координатные линии и } L = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)^2}, \quad M =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial v}\right)^2}, \quad N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial w}\right)^2}.$$

Если  $r, \varphi, z$  — цилиндрические координаты, то  $\text{div } a =$

$$= \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (ra_r) + \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} + r \frac{\partial a_z}{\partial z} \right]; \text{ если } r, \theta, \varphi \text{ — сферические координаты, то } \text{div } a =$$

$$= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 a_r \sin \theta) + r \frac{\partial}{\partial \theta} (a_\theta \sin \theta) + r \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} \right]. \quad 4436. \text{ а) } 0; \text{ б) } 0. \quad 4436.1. \text{rot } a(M) = -\frac{5}{4} i -$$

$$-j + \frac{5}{2} k, |\text{rot } a(M)| = \frac{1}{4} \sqrt{141}, \cos \alpha = \frac{-5}{\sqrt{141}}, \cos \beta =$$

$$= \frac{-4}{\sqrt{141}}, \cos \gamma = \frac{10}{\sqrt{141}}. \quad 4437. \text{ а) } \frac{f'(r)}{r} [r \times c]; \text{ б) } 2f(r)c +$$

$$+ \frac{f'(r)}{r} [c(r \cdot r) - r(c \cdot r)]. \quad 4439. \text{ а) } 0; \text{ б) } 0. \quad 4440. \text{rot } v =$$

$$= 2\omega l. \quad 4440.1. \text{rot } a = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (ra_\varphi) - \frac{\partial a_r}{\partial \varphi} \right] k, \text{ где } a_\varphi \text{ и } a_r \text{ — проекции вектора } a, \text{ соответственно на координатные линии } r = \text{const} \text{ и } \varphi = \text{const.} \quad 4440.2. \text{ а) } \text{rot } a = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial a_\varphi}{\partial z} \right) e_r +$$

$$+ \left( \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \right) e_\varphi + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (ra_\varphi) - \frac{\partial a_r}{\partial \varphi} \right] e_z, \text{ где}$$

$a_r = a_x \cos \varphi + a_y \sin \varphi$ ,  $a_\varphi = -a_x \sin \varphi + a_y \cos \varphi$ ,  $a_z = a_z$ ; б)  $\text{rot } a =$   
 $= \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (a_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial a_\theta}{\partial \varphi} \right] e_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial a_r}{\partial \varphi} - \right.$   
 $\left. - \frac{\partial (r a_\varphi)}{\partial r} \right] e_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r a_\theta) - \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right] e_\varphi$ , где  $a_r = a_x \cos \varphi \sin \theta +$   
 $+ a_y \sin \varphi \sin \theta + a_z \cos \theta$ ,  $a_\theta = a_x \cos \varphi \cos \theta + a_y \sin \varphi \cos \theta -$   
 $- a_z \sin \theta$ ,  $a_\varphi = -a_x \sin \varphi + a_y \cos \varphi$ . 4441. а) 0; б)  $\pi t^3$ .

4442. а) 0; б) 0. 4443.  $\pi$ . 4444.  $\frac{3\pi}{8}$ . 4445. 0.

4445.1.  $\frac{\pi}{5}$ . 4447.  $4\pi m$ . 4448.  $\sum_{i=1}^n e_i$ . 4450.  $c\rho \frac{\partial u}{\partial t} =$

$= \text{div} (k \text{ grad } u)$ , где  $c$  — удельная теплоемкость и  $\rho$  — плотность  
 тела. 4452.  $2\pi^3 b^3$ . 4452.1.  $8 \frac{20}{21} \cdot \ln 2$ . 4452.2.  $\frac{3}{4} (3 + e^4 -$

$- 12e^{-2})$ . 4453.  $\int_{r_A}^{r_B} f(r) r dr$ . 4454. а)  $2\pi$ ; б)  $2\pi$ . 4455. а)  $\Gamma =$

$= 0$ ; б)  $\Gamma = 2\pi n$ , где  $n$  — число оборотов контура  $C$  вокруг  
 оси  $Oz$ . 4455.1.  $\text{rot } a(M) = -j - 2k$ ,  $\Gamma = -\pi (\cos \beta + 2 \cos \gamma) e^2$ .

4459.  $Q = \iint_S \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy$ ,  $\Gamma = \iint_S \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy$ ;

$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ . 4457.  $u = xyz(x + y + z) + C$ .

4457.1.  $\frac{1}{3}$ . 4458.  $u = \frac{m}{r}$ . 4459.  $u(x, y, z) = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i}$ ,

где  $r_i$  — расстояние переменной точки  $M(x, y, z)$  от точки  $M_i (i =$   
 $= 1, 2, \dots, n)$ . 4460.  $u(x, y, z) = \int_{r_0}^r f(t) dt$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .